অধ্যায়-৬ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

SOS অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১। একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি 8 মিটার এবং অতিভূজ 10 মিটার হলে ক্ষেত্রফল কত?** বাকাশিবো- ২০০৩'পরি, ০২, ০২'পরি, ১১'পরি

সমাধান ঃ আমরা জানি, $AB^2 = AC^2 + BC^2$

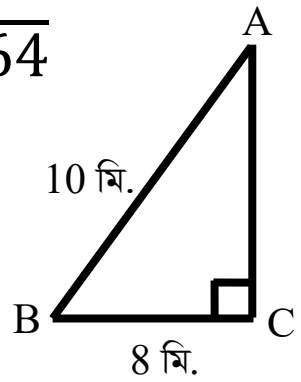
[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

বা, $(\text{লম্ব})^2 = (\text{অতিভুজ})^2 - (\text{ভূমি})^2$

বা, লম্ব $= \sqrt{(10)^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64}$

$= \sqrt{36}$



$\therefore$ লম্ব $= 6$ মি.

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ভূমি$\times$উচ্চতা

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6$ ব.মি. [মান বসিয়ে]

$= 24$ বর্গ মি. **(Ans.)**

২। একটি ত্রিভুজের বাহু তিনটি a, b, c এবং এর পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ R হলে ক্ষেত্রফল কত? বাকাশিবো- ১৯৮৯, ৯০, ১৫'পরি

সমাধান ঃ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{abc}{4R}$ বর্গ একক। যেখানে, $R =$ পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ

পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ ঃ যে ত্রিভুজের কোনো কেন্দ্রে থাকে না, তাকে পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ বা পরিলিখিত বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে। ইহাকে R দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

***** ৩। একটি ত্রিভুজের বাহুগুলির অনুপাত $3:4:5$ এবং পরিসীমা 48 মিটার হলে অতিভুজ কত হবে?** বাকাশিবো- ২০০৫

সমাধান ঃ ধরি, বাহুগুলি $3x, 4x, 5x$ মিটার।

$\therefore$ পরিসীমা, $3x + 4x + 5x = 48$

বা, $12x = 48$

বা, $x = \frac{48}{12} = 4$

$\therefore$ অতিভুজ $= 5x = 5 \times 4 = 20$ মিটার **(Ans.)**

[বেশিরভাগ ক্ষেত্রে ত্রিভুজের বড় বাহু অতিভুজ]

**** ৪। a পরিসীমা বিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?** বাকাশিবো- ২০০৩, ০৬'পরি, ০৯'পরি, ১১, ১৩

সমাধান ঃ মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজের বাহু $= x$

$\therefore$ প্রশ্নমতে, $3x = a$ [পরিমীমা $= a + b + c$]

বা, $x = \frac{a}{3}$

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{বাহু})^2$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{a}{3}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{a^2}{9}$$

$$= \frac{\sqrt{3}a^2}{36} \text{ বর্গ একক } \textbf{(Ans.)}$$

***** ৫। একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $16\sqrt{3}$ হলে পরিসীমা কত?**

বাকাশিবো- ২০০৭'পরি, ১৫, ১৫'পরি

সমাধান ঃ আমরা জানি,

সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ $[a =$ বাহুর দৈর্ঘ্য$]$

প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 16\sqrt{3}$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{4 \times 16\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$\therefore a = \sqrt{64} = 8$ একক।

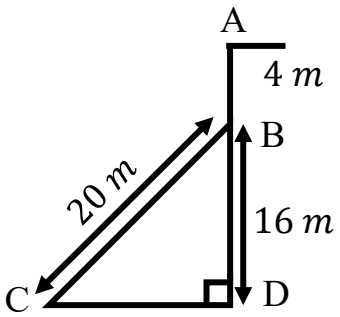
$\therefore$ ত্রিভুজের পরিসীমা $= 3a = 3 \times 8 = 24$ একক **(Ans.)**

SOS সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

**** ১। 20 লম্বা একটি মই দেয়ালের সাথে খাড়াভাবে আছে। মইটির গোড়া দেয়াল হতে কত দূর সরলে মাথা 4 মিটার নিচে নেমে আসবে?**

বাকাশিবো- ১৯৮৬, ৮৭, ৮৮, ১৫

সমাধান ঃ পিথাগোরাসের সূত্র হতে আমরা জানি,



$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

$\therefore (\text{ভূমি})^2 = (\text{অতিভুজ})^2 - (\text{লম্ব})^2$

বা, $CD^2 = BC^2 - BD^2$

$(\text{ভূমি})^2 = (20)^2 - (16)^2$

$\therefore \text{ভূমি} = \sqrt{144} = \sqrt{(12)^2}$

$= 12$ মিটার **(Ans.)**

Note: যেহেতু মই খাড়াভাবে ছিল তাই দেয়াল এ মই এর দৈর্ঘ্য সমান $\therefore 20 - 4 = 16\,m$

**** ২। একটি সমবাহু ত্রিভুজের ভিতরস্থ একটি বিন্দু হতে বাহুত্রয়ের উপর লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10 মিটার, 12 মিটার ও 14 মিটার। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।**

বাকাশিবো- ১৯৮৯, ৯০, ৯৭, ৯৮

সমাধান ঃ মনে করি, ABC সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $= a$ মিটার।

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গমিটার।

ABC ত্রিভুজের মধ্যস্থ O বিন্দু হতে AB, BC ও AC বাহুর উপর লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে $OD = 10$ মিটার, $OE = 12$ মিটার এবং $OF = 14$ মিটার।

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল =ΔAOB+ΔBOC+ΔCOA (এর ক্ষেত্রফল)

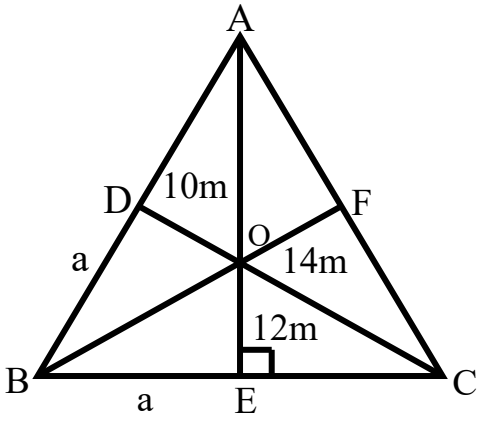
[ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ভূমি$\times$উচ্চত]

$= \left(\frac{1}{2} \times AB \times OD\right) + \left(\frac{1}{2} \times BC \times OE\right) + \left(\frac{1}{2} \times AC \times OF\right)$

$= \left(\frac{1}{2} \times a \times 10\right) + \left(\frac{1}{2} \times a \times 12\right) + \left(\frac{1}{2} \times a \times 14\right)$

$= 5a + 6a + 7a$

$= 18a$ বর্গমিটার



প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 18a$

বা, $\sqrt{3} \times a^2 = 4 \times 18a$

বা, $\sqrt{3} \times a = 72$

বা, $a = \frac{72}{\sqrt{3}} = 41.57$ মিটার।

$\therefore$ ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $= 41.57$ মিটার **(Ans.)**

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= 18a = 18 \times 41.57$ বর্গমিটার

$= 748.26$ বর্গমিটার **(Ans.)**

অথবা, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (41.57)^2 =$ 748.27 বর্গমিটার **(Ans.)**

*** ৩। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য তৃতীয় বাহুর $\frac{5}{6}$ অংশ। এর পরিসীমা 40 সে.মি হলে ক্ষেত্রফল কত?

বাকাশিবো- ২০০২'পরি, ০৩, ১১'পরি, ১২'পরি, ১৫'পরি

সমাধান ঃ মনে করি, ত্রিভুজটির তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য $b = x$ সে.মি.

$\therefore$ সমান বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = x$ এর $\frac{5}{6} = x \times \frac{5}{6} = \frac{5x}{6}$ সে.মি.

প্রশ্নমতে, $\frac{5x}{6} + \frac{5x}{6} + x = 40$

বা, $\frac{5x+5x+6x}{6} = 40$

বা, $16x = 240$

$\therefore x = 15$ সে.মি.

$\therefore$ সমান বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{5x}{6} = \frac{5\times15}{6} = 12.5$ সে.মি.

তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য $= 15$ সে.মি.

$\therefore$ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$

$$= \frac{15}{4}\sqrt{4(12.5)^2 - (15)^2}$$

$$= \frac{15}{4}\sqrt{(4 \times 156.25) - 225}$$

$$= \frac{15}{4}\sqrt{625 - 225}$$

$$= \frac{15}{4}\sqrt{400}$$

$$= \frac{15}{4} \times 20 = 75$$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

*** ৪। x ভূমি বিশিষ্ট সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সূত্র লেখ।**

বাকাশিবো- ২০০১

সমাধান ঃ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{x}{4}\sqrt{4a^2 - x^2}$ বর্গ একক

এখানে, $b =$ ভূমি (অসমান বাহু) $=$ x

$a =$ সমান বাহু

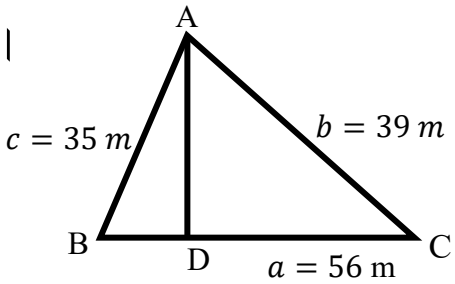
SOS রচনামূলক প্রশ্নোত্তর ঃ

*** ১। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 56 মিটার, 35 মিটার, 39 মিটার। এর বৃহত্তর বাহুর বিপরীত শীর্ষ হতে এর উপর অংকিত লম্ব দ্বারা ত্রিভুজটি যে দুটি অংশ বিভক্ত করে, তাদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।**

বাকাশিবো- ১৯৯০, ৯১'পরি, ০৫'পরি

সমাধান ঃ ABC ত্রিভুজটির বাহু তিনটি যথাক্রমে, $a = 56\,m$, $b = 39\,m$, $c = 35\,m$

BC বাহুর উপর AD লম্ব অঙ্কন করি।



$\therefore$ পরিসীমা, $2s = a + b + c$

বা, $2s = 56 + 39 + 35$

বা, $2s = 130\,m$

বা, $s = \frac{130}{2}$

$\therefore s = 65\,m$

আমরা জানি, ΔABC এর ক্ষেত্রফল,

$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{65(65-56)(65-39)(65-35)}$$

$= \sqrt{65 \times 9 \times 26 \times 30} = \sqrt{456300}$

$= 675.50$ বর্গমিটার (প্রায়)

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ভূমি$\times$উচ্চতা

বা, $\frac{1}{2} \times BC \times AD = 675.50$

বা, $\frac{1}{2} \times 56 \times AD = 675.50$

বা, $AD = \frac{675.50 \times 2}{56}$

$\therefore AD = 24.13\ m$

ABD সমকোণী ত্রিভুজে পিথাগোরাসের সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$\mathrm{AB}^2 = \mathrm{AD}^2 + \mathrm{BD}^2$ [(অতিভুজ)^2 = (লম্ব)^2 + (ভূমি)^2]

$\mathrm{BD}^2 = \mathrm{AB}^2 - \mathrm{AD}^2$

$= (35)^2 - (24.13)^2 = 1225 - 582.25$

$= 642.74$

$\therefore \mathrm{BD} = 25.35$ মিটার

এখন, $\Delta\mathrm{ABD}$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \mathrm{BD} \times \mathrm{AD}$

$= \frac{1}{2} \times 25.35 \times 24.13$

$= 305.85$ বর্গমিটার **(Ans.)**

$\therefore \Delta\mathrm{ADC}$ এর ক্ষেত্রফল $= \Delta\mathrm{ABC}$ এর ক্ষেত্রফল $- \Delta\mathrm{ABD}$ এর ক্ষেত্রফল

$= 675.50 - 305.85$

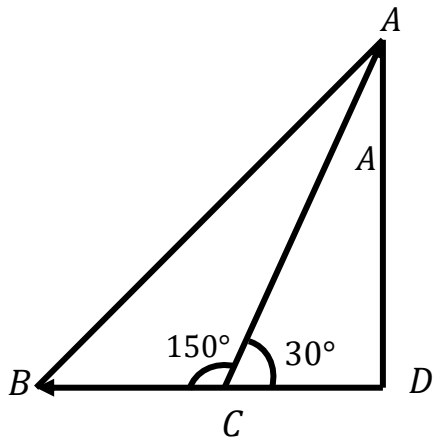
$= 369 - 65$

$= 369.65$ বর্গমিটার **(Ans.)**

*** ২। কোনো একটা স্থান হতে দুটি সোজা রাস্তার অর্ন্তভুক্ত কোণ 150°. দুটি লোক ঐ স্থান হতে একই সময়ে বিপরীত দিকে ঘন্টায় 6 km এবং 7 km বেগে হাঁটতে লাগলো। 2 ঘন্টা পর তাদের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব কত?**

বাকাশিবো- ১৯৯৩'পরি, ১৩'পরি

সমাধান ঃ



মনে করি, C বিন্দুতে রাস্তা দুটি $150°$ কোণে মিলিত হয়েছে। C বিন্দু হতে দুজন লোক যথাক্রমে 6km ও 7km বেগে 2 ঘন্টায় A ও B বিন্দুতে পৌছাল। BC কে D পর্যন্ত বর্ধিত করি এবং এর উপর AD লম্ব আঁকি।

তাহলে এখন লোক দুটির সরাসরি দূরত্ব $= AB$

$\therefore \angle ACB = 150°$

$\angle ACD = 180° - \angle ACB$

$\therefore \angle ACD = 180° - 150° = 30°$ [সরলরেখার কোণ $180°$]

$AC = 6 \times 2 = 12\ km$

$BC = 7 \times 2 = 14\ km$

সমকোণী ΔACD হতে পাই, $\cos 30° = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{CD}{AC}$ $\left[\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

বা, $CD = AC \cos 30° = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}\ km$

ADC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

বা, $AC^2 = AD^2 + CD^2$ $[(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2]$

বা, $AD^2 = AC^2 - CD^2$

বা, $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2}$

$= \sqrt{(12)^2 - \left(6\sqrt{3}\right)^2}$

$= \sqrt{144 - (36 \times 3)}$

$= \sqrt{144 - 108}$

$= \sqrt{36}$

$\therefore AD = 6\ km$

$\therefore BD = BC + CD = 14 + 6\sqrt{3} = 14 + 10.39 = 24.39\ km$

আবার, সমকোণী ΔADB হতে পাই,

$AB^2 = BD^2 + AD^2$ $[(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2]$

$= (24.39)^2 + 6^2$

$= 594.87 + 36$

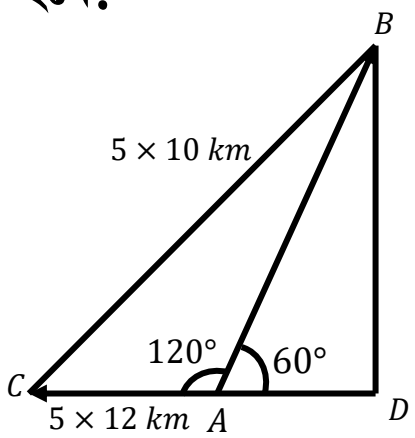
$= 630.87$

$\therefore AB = 25.12\ km$

$\therefore$ লোক দুটির সরাসরি দূরত্ব $= 25.12\ km$ **(Ans.)**

** ৩। একটি নির্দিষ্ট স্থান হতে $120°$ কোণে দুইটি রাস্তা দুই দিকে চলে গেছে। ঐ স্থান হতে দুজন লোক একই সময়ে ঐ দুই রাস্তায় ঘন্টায় যথাক্রমে $10\ km$ এবং $12\ km$ বেগে বিপরীতমুখী 5 ঘন্টা চলার পর তাদের মধ্যে সারাসরি দূরত্ব কত হবে? বাকাশিবো- ২০০৩, ০৪, ১৪'পরি

সমাধান ঃ



A হতে দুজন লোক ঘন্টায় $10\ km$ ও $12\ km$ বেগে চলার পর যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে পৌছাল। BC যোগ করি এবং CA কে D পর্যন্ত বর্ধিত করি এবং CD এর উপর BD লম্ব আঁকি।

$\therefore AB = 10 \times 5 = 50\ km$ এবং $AC = 12 \times 5 = 60\ km$

$\angle BAC = 120°$

$\therefore \angle BAD = 180° - \angle BAC = 180° - 120° = 60°$

[সরলরেখার কোণ $180°$]

ΔABD হতে পাই, $\sin 60° = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{BD}{AB}$

$\Rightarrow BD = AB\sin 60° = 50 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}$ km $\quad [\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}]$

আবার, ΔBAD হতে পাই, $\cos 60° = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{AD}{AB}$

বা, AD=$AB \cos 60° = 50 \times \frac{1}{2} = 25\ km$ $\left[\cos 60° = \frac{1}{2}\right]$

$\therefore CD = CA + AD = 60 + 25 = 85\ km$

BDC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই, $BC^2 = BD^2 + CD^2$

বা, $BC^2 = \left(25\sqrt{3}\right)^2 + (85)^2$

বা, $BC^2 = 1875 + 7225$

বা, $BC^2 = 9100$

বা, $BC = \sqrt{9100}$

$\therefore BC = 95.4\ km$ **(Ans.)**